

Многочлен — это выражение вида:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_0 + a_1 x + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n, \quad (1)$$

$$a_i \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+$$

1. Всякое алгебраическое уравнение вида $\sum_{i=0}^n a_i x^i = 0$, где $n \in \mathbb{N}$, имеет хотя бы 1 комплексный корень.

$$\forall n \in \mathbb{N} (\exists z \in \mathbb{C}, P_n(z) = 0)$$

2. Теорема Безу: “ z — корень многочлена $P(x)$ тогда и только тогда, когда $P(x)$ делится на $(x-z)$ без остатка”.

$$\forall z \in \mathbb{C} (P(z) = 0 \leftrightarrow P(x) = (x-z)L(x))$$

где $L(x)$ — многочлен степени $n-1$.

3. Результат деления (частное и остаток) многочлена на многочлен единственны.

4. Если $z \in \mathbb{C}$ — корень многочлена $P(x)$, то \bar{z} — тоже его корень:

$$\forall z \in \mathbb{C} (P(z) = 0 \rightarrow P(\bar{z}) = 0)$$